早稲田大学　社会科学部

1

(1) 検査で陽性と判定される確率は $pq+(1-p)r$.

病気に罹患し、かつ陽性と判定される確率は、pq.

よって　$s=\dfrac{pq}{pq+(1-p)r}$.

(2) k回すべて陽性と判定される確率は　$pq^k+(1-p)r^k$.

うち、罹患し、かつk回すべて陽性と判定される確率は pq^k.

よって　$a_k=\dfrac{pq^k}{pq^k+(1-p)r^k}$.

(3) k回中1度でも陽性と判定される確率は、

$$p\left(1-(1-q)^k\right)+(1-p)\left(1-(1-r)^k\right).$$

うち、罹患し、かつk回中1度でも陽性と判定される確率は、　$p\left(1-(1-q)^k\right)$.

$$\therefore\ b_k=\frac{p\left(1-(1-q)^k\right)}{1-p(1-q)^k-(1-p)(1-r)^k}$$

慶早進学塾

(4) (1)(2)(3) より

$$s = \frac{1}{1+\frac{1-p}{p}\cdot\frac{r}{q}},$$

$$a_2 = \frac{1}{1+\frac{1-p}{p}\left(\frac{r}{q}\right)^2},$$

$$b_2 = \frac{1}{1+\frac{1-p}{p}\cdot\frac{1-(1-r)^2}{1-(1-q)^2}}.$$

このため、$f(x) = \dfrac{1}{1+\frac{1-p}{p}x}$ $(x>0)$ とすると

$$s = f\left(\frac{r}{q}\right), \quad a_2 = f\left(\left(\frac{r}{q}\right)^2\right), \quad b_2 = f\left(\frac{1-(1-r)^2}{1-(1-q)^2}\right),$$

ここで、$\dfrac{q}{r}\cdot\dfrac{1-(1-r)^2}{1-(1-q)^2} = \dfrac{2-r}{2-q} > 1$ $(\because 0<r<q<1)$ より、

$$\therefore \frac{1-(1-r)^2}{1-(1-q)^2} > \frac{r}{q}.$$

また、$\left(\dfrac{r}{q}\right)^2 < \dfrac{r}{q}$ $(\because 0<r<q<1)$.

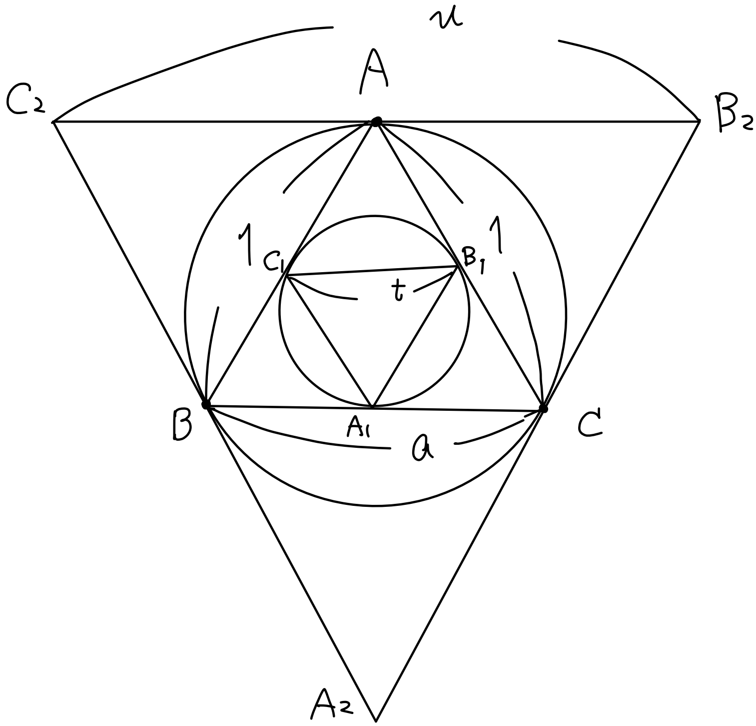
以上より $0 < \left(\dfrac{r}{q}\right)^2 < \dfrac{r}{q} < \dfrac{1-(1-r)^2}{1-(1-q)^2}$.

$\dfrac{1-p}{p} > 0$ より、$f(x)$ は $0<x$ で単調減少するから、

$$\therefore \underline{b_2 < s < a_2}$$

慶早進学塾

2



(1) 図のように、T の頂点を A_1, B_1, C_1

U の頂点を A_2, B_2, C_2 とする。

$AB_1 = 1 - \frac{1}{2}a$. ($\because$ 接線の長さより, $CA_1 = CB_1$)

$\triangle AC_1B_1 \backsim \triangle ABC$ より.

$$t = a\left(1 - \frac{1}{2}a\right)$$

$$= -\frac{1}{2}a(a-2)$$

慶早進学塾

(2) 接弦定理より，

$\angle B_2AC = \angle B_2CA = \angle ABC$．

$\triangle ABC$ も二等辺三角形であるから，

$\triangle ABC \sim \triangle B_2AC$．

このため，$\frac{1}{2}u = \frac{1}{a}$．　∴ $u = \frac{2}{a}$．

(3) $p = \frac{t}{u} = -\frac{1}{4}a^2(a-2)$．

∴ $\frac{dp}{da} = -\frac{1}{4}a(3a-4)$．

∴ $\frac{dp}{da} = 0$ のとき $a = \frac{4}{3}$．

a による p の増減は以下の通り．

a	0	$\cdots$	$\frac{4}{3}$	$\cdots$	$\sqrt{2}$
$\frac{dp}{da}$		$+$	0	$-$	
p		$\nearrow$	$\frac{8}{27}$	$\searrow$	

よって p は，$a = \frac{4}{3}$ で最大値 $\frac{8}{27}$ をとる．

慶早進学塾

3

(1) $P(x)=(x+1)^2Q_1(x)+3x+2$ とおく．（$Q_1(x)$：整式）

剰余定理より，$P(x)$ を $x+1$ で割った余りは

$P(-1)=\underline{-1}$．

(2) $P(x)=(x-1)(x+1)Q_2(x)+(ax+b)$ とおく．

（$Q_2(x)$：整式，a, b：実数）

剰余定理より，$P(1)=1$，(1)より $P(-1)=-1$．

$$\therefore \begin{cases} a+b=1 \\ -a+b=-1 \end{cases} \quad \therefore a=1,\ b=0$$

よって余りは $\underline{x}$．

(3) $P(x)=(x-1)(x+1)^2Q_3(x)+k(x+1)^2+(3x+2)$

とおく．（$Q_3(x)$：整式，k：実数）

$P(1)=1$ より，$4k+5=1$． $\therefore k=-1$．

よって余りは $-(x+1)^2+(3x+2)$．

つまり $\underline{-x^2+x+1}$．

慶早進学塾