

早稲田大学

基幹理工・創造理工・先進理工学部 (2月16日実施)

数学

[I]

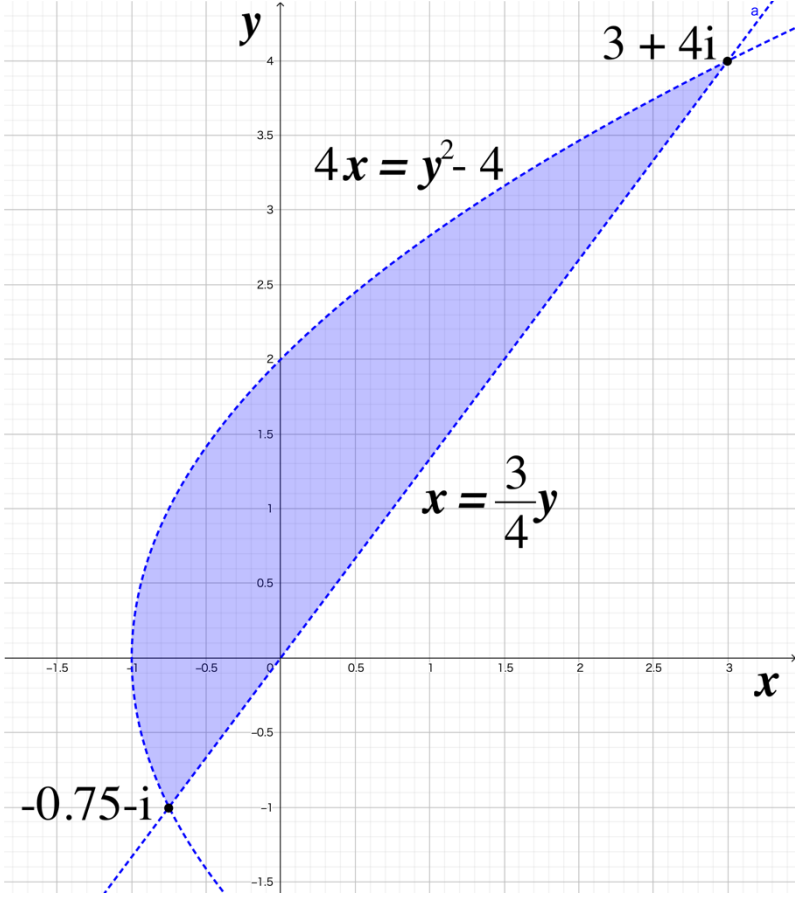
(1)	$\tan \alpha = t^2 - t + 1$ $\tan \beta = t^2 + t + 1$
(2)	$\tan \angle APB = -\frac{2t}{t^4 + t^2 + 2}$
(3)	$t = \frac{\sqrt{6}}{3}$

[II]

(1)	-1
(2)	$x^3 - x$
(3)	<p>n が 3 の倍数であるとき, ある自然数 k を用いて $n = 3k$ と書ける。</p> <p>・ $k = 1$ のとき $(x^2 - 1)^3 - 1 = x^6 - 3x^4 + 3x^2 - 2 = (x^2 - 2)f(x)$ であり, たしかに $f(x)$ で割り切れる。</p> <p>・ 一般の自然数 k さきの結果より $(x^2 - 1)^3 = (x^2 - 2)f(x) + 1$ であるため, $(x^2 - 1)^{3k} - 1 = \{(x^2 - 1)f(x) + 1\}^{3k} - 1$</p> $= \sum_{j=0}^{3k} {}_{3k}C_j ((x^2 - 1)f(x))^j - 1$ $= \sum_{j=1}^{3k} {}_{3k}C_j \cdot ((x^2 - 1)f(x))^j$

	$= f(x) \cdot \sum_{j=1}^{3k} {}_{3k}C_j (x^2 - 1)^j (f(x))^{j-1}$ <p>となるから, $(x^2 - 1)^{3k} - 1$ は $f(x)$ で割り切れる。 以上より題意がしたがう ■</p>
--	---

[III]

(1)	<p>$\alpha = 2 + i$ より $\alpha^2 = 3 + 4i$, $\beta = -\frac{1}{2} + i$ より $\beta^2 = -\frac{3}{4} - i$ であり, これより $\alpha^2 - 0 = -4(\beta^2 - 0)$ が成り立つため, 3点 C, D, O は同一直線上にある。 ■</p>
(2)	$4x = y^2 - 4$
(3)	 <p style="text-align: center;">(上図の青部分, 境界含)</p>
(4)	$\frac{125}{24}$

[IV]

(1)	$P_0 = 0, \quad P_1 = \frac{3}{4}, \quad P_2 = 0, \quad P_3 = \frac{1}{4}$					
(2)		P_0	P_1	P_2	(合計)	
	$n = 2$	$\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	1	
	$n > 2$	0	$\frac{n-1}{n}$	$\frac{1}{n}$	1	
(3)		P_0	P_1	P_2	P_3	(合計)
	$n = 3$	$\frac{2}{9}$	0	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{9}$	1
	$n > 3$	0	$\frac{(n-1)(n-2)}{n^2}$	$\frac{3(n-1)}{n^2}$	$\frac{1}{n^2}$	1

[V]

(1)	$\overrightarrow{OD} = \frac{1}{3}\vec{a}, \quad \overrightarrow{OE} = \frac{1}{3}\vec{b}, \quad \overrightarrow{OF} = \frac{1}{3}\vec{c}$ $\overrightarrow{OG} = \frac{4}{9}\vec{a} + \frac{4}{9}\vec{b}$
(2)	27:8