

慶應義塾大学 2021

看護医療学部 (2月11日 実施)

数学

ア	1330	イ	$(\theta =) \frac{\pi}{12}, \frac{5\pi}{12}$
ウ	$(2^a =) \frac{3 + \sqrt{13}}{2}$	エ	$(4^a + 4^{-a} =) 11$
オ	$(b_n =) 2 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{n-1}$	カ	$(a_1 =) -3$
キ	$(a_n =) -\frac{1}{3^{n-2}}$	ク	12
ケ	45	コ	$(a =) 2$
サ	$(b =) 3$	シ	$x = -3 \pm \sqrt{5}$
ス	$\frac{2}{9}$	セ	$\frac{7}{9}$
ソ	$\frac{4}{7}$	タ	$(y =) \sqrt{p^2 - 1}x + p$
チ	$(y =) -\sqrt{p^2 - 1}x + p$	ツ	$(p =) \sqrt{2}$
テ	$3 - 2\sqrt{2}$	ト	$3 + 2\sqrt{2}$
ナ	$2\sqrt{2}$	ニ	4
ヌ	$\frac{a - \sqrt{a^2 - 8}}{2} \leq x \leq \frac{a - \sqrt{a^2 - 16}}{2}, \frac{a + \sqrt{a^2 - 16}}{2} \leq x \leq \frac{a + \sqrt{a^2 - 8}}{2}$		
ネ	F	ノ	D
ハ	J	ヒ	$\frac{13}{31}$
フ	0	ヘ	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
ホ	$\left(\frac{a}{3}, \frac{a}{3}, 0\right)$	マ	$\left(\frac{2a}{3}, \frac{2a}{3} + 1, 0\right)$
ミ	$\left(\frac{2a}{3} + 1, \frac{2a}{3}, 0\right)$	ム	$(a =) \frac{-3 \pm 3\sqrt{3}}{2}$
メ	$(a =) -\frac{3}{2}$	モ	$\frac{1}{3}a + \frac{1}{2}$
ヤ	0	ユ	$f(x)$

★ タとチ, テとトは各々順不同

★ V(2) は次ページ

V (2)

解答：

$$f(t) = 6(t-1)(t-2), \quad d = 0$$

求める過程：

関数 $F(x)$ が $x = 1, 2$ で極値をとることから、 $F'(x) = f(x)$ は $(x-1)(x-2)$ を因数にもつ。これと $f(t)$ が 2 次関数であることから、ある定数 a を用いて $f(t) = a(t-1)(t-2)$ と書ける。(なお、 $x = 1$ で極大値を、 $x = 2$ で極小値をとることから、この定数 a は正である。) $F(x)$ の定義式にこれを代入することで、

$$F(x) = \int_a^x a(t-1)(t-2) dt = a \left[\frac{1}{3}t^3 - \frac{3}{2}t^2 + 2t \right]_a^x = a \left(\frac{1}{3}x^3 - \frac{3}{2}x^2 + 2x \right) - a \left(\frac{1}{3}d^3 - \frac{3}{2}d^2 + 2d \right)$$

を得る。右辺の第 2 項の括弧の中身は定数であり、これを A とおく。 $F(x)$ の極値に関する条件より

$$F(1) = \frac{5}{6}a - aA = 5, \quad F(2) = \frac{2}{3}a - aA = 4$$

が成り立ち、2 式を連立することで $a = 6$ 、 $A = 0$ がしたがい、 $a = 6$ より $f(t) = 6(t-1)(t-2)$ である。また、 $A = 0$ より

$$\frac{1}{3}d^3 - \frac{3}{2}d^2 + 2d = \frac{1}{6}d(2d^2 - 9d + 12) = 0$$

であるが、 $2d^2 - 9d + 12 = 0$ をみたす実数 d は存在しないので $d = 0$ である。■

