慶應義塾大学　理工学部　（2 月 12 日）

数学

ア	$\frac{\pi}{8}$	イ	$\frac{\pi}{\sqrt{3}}$
ウ	$t-2$	エ	$\frac{1}{5}$
オ	$\frac{2}{5}$	カ	$(y=)x^2+\frac{16}{25}$
キ	2	ク	3
ケ	$\pm\frac{1}{3\sqrt{3}}$	コ	$\frac{49}{400}$
サ	$\frac{1}{50}$	シ	$\frac{3}{40}$
ス	$\frac{9}{5}p^2(1-p)$	セ	$\frac{5}{7}$
ソ	e^x-e^{-x}	タ	$e^{\sin x}+e^{-\sin x}$
チ	$-\log\frac{3(x^2+1)}{2}$	ツ	$2-\frac{\pi}{2}-\log 3$
テ	$\frac{1}{16}x^3$	ト	$\frac{4}{3}$
ナ	$\frac{10}{81}$	ニ	$\frac{2}{5}$
ヌ	$\sqrt{37}-5$		

※証明問題は次ページ

2. (1)
$x=\alpha$ が方程式 $P(x)=0$ の 2 重解であるき、整式 $Q(x)$ を用いて

$$P(x)=Q(x)\cdot(x-\alpha)^2$$

と書ける。すると、

$$P'(x)=Q'(x)\cdot(x-\alpha)^2+Q(x)\cdot((x-\alpha)^2)'=Q'(x)\cdot(x-\alpha)^2+2Q(x)\cdot(x-\alpha)$$

であるため、

$$P'(\alpha)=Q'(\alpha)\cdot(\alpha-\alpha)^2+2Q(\alpha)\cdot(\alpha-\alpha)=0$$

が成り立つ。したがって、$x=\alpha$ が方程式 $P'(x)=0$ の解となることは、$x=\alpha$ が方程式 $P(x)=0$ の 2 重解となるための必要条件である。

4. (2)
$g(x)$ の定義より

$$g(-x)=\int_0^{-2x} e^{-f(t+x)}\,dt$$

となる。$t+2x=:t'$ と変数変換（置換積分）することで

$$g(-x)=\int_{2x}^{0} e^{-f(t'-x)}dt'=-\int_0^{2x} e^{-f(t'-x)}dt'=-g(x)$$

より $g(-x)=-g(x)$ が成り立つので、関数 $g(x)$ は奇関数である。